

3.1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

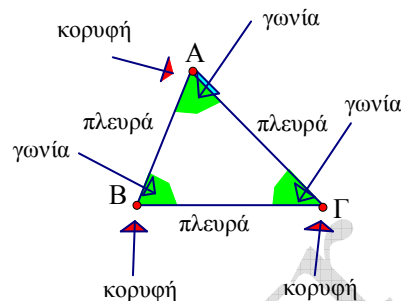
Κύρια στοιχεία τριγώνου

Τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου είναι οι πλευρές, οι γωνίες και οι κορυφές.

Ονομασία : Πλευρές είναι οι AB , $ΒΓ$, $ΑΓ$

Κορυφές είναι τα σημεία A , B , Γ

Γωνίες είναι οι γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$



2.

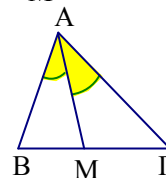
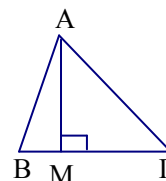
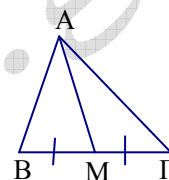
Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

Είναι οι διάμεσοι, τα ύψη και οι διχοτόμοι

Διάμεσος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μία κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.

Ύψος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μία κορυφή του τριγώνου κάθετα στην ευθεία της απέναντι πλευράς.

Διχοτόμος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μία κορυφή του τριγώνου, χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.



3.

Είδη τριγώνων από την άποψη των γωνιών

Οξυγώνιο τρίγωνο, όταν όλες οι γωνίες είναι οξείες

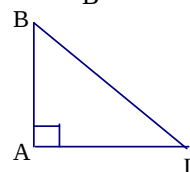
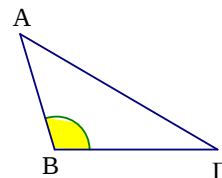
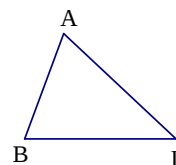
$$\hat{A} < 90^\circ, \hat{B} < 90^\circ, \hat{\Gamma} < 90^\circ$$

Αμβλυγώνιο τρίγωνο, όταν μία γωνία είναι αμβλεία

$$\hat{B} > 90^\circ$$

Ορθογώνιο τρίγωνο, όταν μία γωνία είναι ορθή.

$$\hat{A} = 90^\circ$$

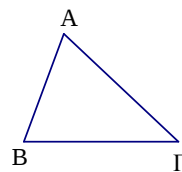


Οι πλευρές της ορθής γωνίας λέγονται κάθετες πλευρές και η τρίτη υποτείνουσα

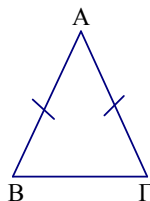
3.

Είδη τριγώνων από την άποψη των πλευρών

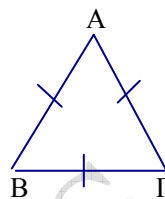
Σκαληνό όταν και οι τρεις πλευρές είναι άνισες
 $AB \neq AG \neq B\Gamma$



Ισοσκελές όταν δύο πλευρές είναι ίσες
 Αν $AB = AG$, η $B\Gamma$ ονομάζεται βάση
 και το σημείο A κορυφή



Ισόπλευρο τρίγωνο όταν όλες οι πλευρές είναι ίσες
 $AB = AG = B\Gamma$



4.

Ονομασία γωνίας σε σχέση με πλευρές του τριγώνου

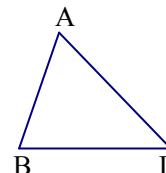
Η γωνία που περιέχεται μεταξύ δύο πλευρών λέγεται **περιεχόμενη** γωνία των πλευρών αυτών.

Οι γωνίες που έχουν κορυφές τα άκρα μιας πλευράς λέγονται γωνίες **προσκειμένες** στην πλευρά αυτή.

Η γωνία που η κορυφή της είναι απέναντι από μία πλευρά του τριγώνου λέγεται γωνία απέναντι της πλευράς αυτής.

Στο σχήμα : Γωνία περιεχόμενη από τις πλευρές AB και AG είναι η $\hat{A}$.

Γωνία απέναντι από την πλευρά AG είναι η $\hat{B}$
 Γωνίες προσκειμένες στην πλευρά BΓ είναι
 η $\hat{B}$ και η $\hat{\Gamma}$.



Στο τρίγωνο ABΓ τις πλευρές που είναι απέναντι από τις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ τις συμβολίζουμε και με α , β και γ αντίστοιχα

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Σχεδιασμός : Όλα τα σχήματα τα σχεδιάζουμε χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά όργανα που είναι ο χάρακας, ο γνώμονας και ο διαβήτης.
Ποτέ δεν τα φτιάχνουμε με το χέρι.
Για την κατασκευή γωνίας συγκεκριμένου μέτρου χρησιμοποιούμε το μοιρογνώμονιο .

2.

Σχεδιασμός τριγώνου : Όταν θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα τρίγωνο όχι καθορισμένου είδους τότε σχεδιάζουμε ένα οξυγώνιο και σκαληνό .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

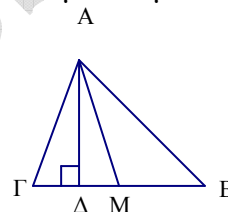
1.

Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και να φέρετε και να ονομάσετε μία διάμεσο και ένα ύψος από την ίδια κορυφή.

Προτεινόμενη λύση

Βρίσκω M το μέσο της $B\Gamma$. Τότε η AM είναι διάμεσος.

Φέρνω $A\Delta \perp B\Gamma$. Τότε το $A\Delta$ είναι ένα ύψος.



2.

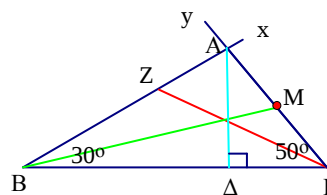
Να σχεδιάσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 4\text{cm}$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 50^\circ$ και να φέρετε την διάμεσο BM το ύψος $A\Delta$ και την διχοτόμο ΓZ .

Προτεινόμενη λύση

Με το χάρακα σχεδιάζουμε ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma = 4\text{cm}$ και με το μοιρογνώμονιο γωνίες

$\hat{B}x = 30^\circ$ και $\hat{\Gamma}y = 50^\circ$. Αν A είναι το σημείο τομής των Bx και Ay , τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει τα καθοριζόμενα στοιχεία.

Αν M είναι το μέσο της $A\Gamma$, $A\Delta \perp B\Gamma$ και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την AB στο Z , τότε τα BM , $A\Delta$ και ΓZ είναι τα ζητούμενα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου.



3.

Να σχεδιάσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 3\text{cm}$, $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και να φέρετε την διάμεσο και το ύψος από την κορυφή A . Τι παρατηρείτε ;

Προτεινόμενη λύση

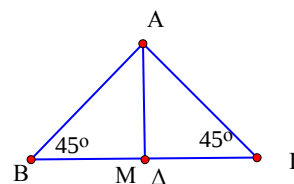
Με την βοήθεια χάρακα και μοιρογνωμονίου κατασκευάζουμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με

$B\Gamma = 3\text{cm}$, $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$.

Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ τότε η AM

είναι η διάμεσος και αν $A\Delta \perp B\Gamma$, το $A\Delta$ είναι το ύψος.

Παρατηρούμε ότι το ύψος και η διάμεσος συμπίπτουν



4.

Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma$, να φέρετε τη διάμεσο AM και να συγκρίνεται με το διαβήτη τα τμήματα AM , BM και ΓM .

Τι παρατηρείτε;

Αν με διάμετρο την $B\Gamma$ γράψουμε κύκλο αυτός από ποιο άλλο σημείο θα διέλθει; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

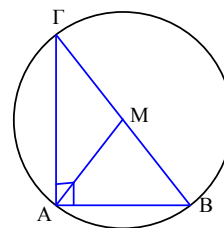
Προτεινόμενη λύση

Κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και φέρουμε την διάμεσο AM στην υποτείνουσα.

Συγκρίνοντας τα τμήματα AM , BM , ΓM

με το διαβήτη, διαπιστώνουμε ότι είναι ίσα.

Είναι φανερό ότι ο κύκλος θα περάσει και από το A , αφού $MB = \Gamma M = AM$.



5.

Στις παρακάτω ερωτήσεις να συμπληρώσετε τα κενά

- Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μία γωνία
- Ισόπλευρο λέμε το τρίγωνο που έχει πλευρές
- Οξυγώνιο είναι το τρίγωνο στο οποίο είναι οξείες
- Ύψος τριγώνου λέγεται το που φέρνουμε από μία κορυφή στην
- Σκαληνό λέγεται το τρίγωνο το οποίο έχει πλευρές
- Διάμεσος τριγώνου λέγεται το τμήμα που με το της απέναντι πλευράς

Προτεινόμενη λύση

- Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μία **ορθή** γωνία
- Ισόπλευρο λέμε το τρίγωνο που έχει **ίσες** πλευρές
- Οξυγώνιο είναι το τρίγωνο στο οποίο **όλες οι γωνίες** είναι οξείες
- Ύψος τριγώνου λέγεται το **κάθετο ευθύγραμμο τμήμα** που φέρνουμε από μία κορυφή στην **ευθεία της απέναντι πλευράς**
- Σκαληνό λέγεται το τρίγωνο το οποίο έχει **άνισες** πλευρές
- Διάμεσος τριγώνου λέγεται το τμήμα που **ενώνει μία κορυφή** με το **μέσο** της απέναντι πλευράς

6.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες

- α) Κάθε τρίγωνο έχει τρεις κορυφές Σ
- β) Υπάρχει τρίγωνο που δεν έχει ύψη Λ
- γ) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει μία μόνο διάμεσο Λ
- δ) Σκαληνό λέμε το τρίγωνο με δύο πλευρές άνισες Λ
- ε) Στο ορθογώνιο τρίγωνο οι γωνίες είναι ορθές Λ
- στ) Ισόπλευρο είναι το τρίγωνο που έχει τις γωνίες του οξείες Λ

Προτεινόμενη λύση

- α) Από την θεωρία η πρόταση είναι σωστή
- β) Από την θεωρία η πρόταση είναι λάθος
- γ) Από την θεωρία η πρόταση είναι λάθος
- δ) Από την θεωρία η πρόταση είναι λάθος
- ε) Από την θεωρία η πρόταση είναι λάθος
- στ) Από την θεωρία η πρόταση είναι λάθος

7.

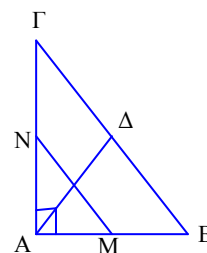
Να σχεδιάσετε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, να βρείτε τα μέσα M και N των καθέτων πλευρών AB και $A\Gamma$ και να τα ενώσετε. Να συγκρίνεται το τμήμα MN με τη διάμεσο στην υποτείνουσα. Τι παρατηρείτε;

Προτεινόμενη λύση

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την $B\Gamma$.

Τα σημεία M , N είναι τα μέσα των AB και $A\Gamma$ και AD η διάμεσος στην υποτείνουσα.

Συγκρίνοντας με τον διαβήτη τα τμήματα MN και AD διαπιστώνουμε ότι $MN = AD$



8.

Να σχεδιάσετε ένα οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και να φέρετε τα ύψη $B\Delta$ και ΓE .

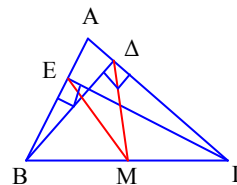
Να βρείτε το μέσο M της πλευράς $B\Gamma$. Να σχεδιάσετε και να συγκρίνεται με τον διαβήτη τα τμήματα ΔM και EM . Τι παρατηρείτε ;

Προτεινόμενη λύση

Έστω $AB\Gamma$ ένα οξυγώνιο τρίγωνο και $B\Delta$, ΓE ύψη του.

Έστω ακόμα M το μέσο της $B\Gamma$.

Συγκρίνοντας τα τμήματα ΔM και EM διαπιστώνουμε ότι $\Delta M = EM$

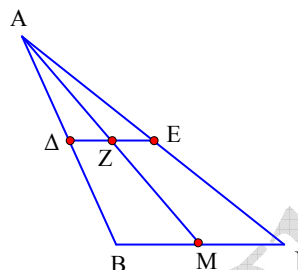


9.

Από το μέσο Δ της πλευράς AB ενός αμβλυγωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ($\hat{B} > 90^\circ$) φέρουμε ευθεία ε παράλληλη προς την $B\Gamma$, η οποία τέμνει την διάμεσο AM στο Z και την πλευρά $A\Gamma$ στο E . Να συγκρίνετε τα τμήματα AZ και ZM καθώς επίσης και τα τμήματα AE και EG . Τι παρατηρείτε;

Προτεινόμενη λύση

Σχεδιάζοντας το αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και φέρνοντας την $\Delta ZE \parallel B\Gamma$ μετά από σύγκριση διαπιστώνουμε ότι $AZ = ZM$ και $AE = EG$



10.

Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με διάμετρο $AB = 3 \text{ cm}$. Να ενώσετε ένα σημείο Γ του κύκλου με τα A και B . Να σχεδιάσετε τα ύψη του τριγώνου $AB\Gamma$. Τι παρατηρείτε;

Προτεινόμενη λύση

Σχεδιάζουμε τον κύκλο και το τρίγωνο $AB\Gamma$.

Φέρνοντας τα ύψη του τριγώνου διαπιστώνουμε ότι τα δύο από αυτά ταυτίζονται με τις πλευρές ΓA και ΓB και το τρίτο είναι το $\Gamma\Delta$.

